

«Рассмотрено»
на заседании МО
Протокол № 5 от
« 19 » июня 2015 г

«Согласовано»
Заместитель директора
МОУ «Красненская сош
имени М.И. Светличной»
/ Потуданских Л.В./
« 20 » 06 2015 г

Приложение к основной образовательной
программе среднего общего образования
«Рассмотрено» «Утверждаю»

На заседании педагогического
совета
Протокол № 1 от
31.08.2015

Директор
«Красненская
имени
Светличной»
Антипенко Т.Б.
Приказ № 157 от
31 августа 2015 г

МО
сош
М.И.



**Рабочая программа
элективного курса «Алгебра+: рациональные и
иррациональные алгебраические задачи» на
уровень среднего общего образования.**

Составители: Чумаченко Наталья Ивановна
Степанищева Наталья Николаевна
Немчинова Нина Михайловна

Пояснительная записка

Рабочая программа элективного курса «Алгебра+:рациональные и иррациональные алгебраические задачи:» составлена на основе курса «Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи» автора А.Н.Землякова (М.:БИНОМ, лаборатория знаний, 2006г). Курс **«Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи»** систематизирует и упорядочивает, закрепляет и углубляет знания, умения и навыки учащихся в области, которую мы условно называем «элементарной алгеброй». Речь идет о линии математического образования, направленной на обучение умениям решать уравнения, неравенства, системы с переменными/неизвестными.

Систематизация и упорядочение основывается на логической структуре этой области математики и на следующей классификации алгебраических задач по их логическому строению:

- элементарные алгебраические задачи: уравнения, неравенства;
- сложно/составные задачи: системы уравнений и неравенств, их совокупности, совокупности систем и т. д.;
- логические задачи: анализ вопросов о существовании или единственности решений, о числе решений в зависимости от параметров, о следовании или эквивалентности задач с параметрами.

Закрепление и углубление знаний учащихся, полученных в курсе алгебры основной школы, основывается на систематизации задач в соответствии с типами выражений/функций, фигурирующих в задачах (рациональные и иррациональные алгебраические, тригонометрические, показательные, логарифмические задачи) и, главное, на методах (и приемах) решения задач (среди общих методов—переход к следствиям, равносильные преобразования задач, методы замены и разложения, функциональные методы, геометрическая/графическая интерпретация и др.).

Данный курс сосредоточивается на *рациональных и иррациональных алгебраических задачах*. Это первый и необходимый этап обучения *методам решения алгебраических задач*, в том числе и трансцендентных (тригонометрических, показательных, логарифмических, смешанных).

Задача курса состоит в том, чтобы определенную часть умений учащихся довести до уровня навыков, но навыков осознанных, основывающихся на должном уровне компетентности учащихся, достигаемом не за счет только тренинга/«натаскивания», а благодаря именно систематичности и «методологичности» обучения методам решения задач от среднего до высокого уровня сложности. С этой точки зрения курс имеет сугубо утилитарную направленность на подготовку учащихся к продолжению образования в вузах с повышенными требованиями к математической подготовке выпускников средней школы.

По мере возможности и необходимости традиционные вопросы элементарной математики раскрываются с точки зрения высшей. Таковы алгебраические подходы к решениям таких задач, как упрощение и разложение уравнений/неравенств, использование однородности и

симметрии при решении уравнений/систем, монотонности и ограниченности для исследования уравнений/неравенств/систем, привлечение производной к анализу и решению задач с параметрами и т.д.

Цели и задачи курса.

Знания, умения, компетенции

Основной **целью** изучения курса является:

1. Систематизация и углубление знаний, закрепление и упрочение умений, необходимых для продолжения образования в вузах с повышенными требованиями к математическому образованию выпускников средней школы.

В то же время курс направлен на достижение следующих целей:

2. Получение общего представления об элементарной алгебре и применяемых в ней методах как о составляющей всей математики как науки.

3. Развитие логической и методологической (в узком смысле) культуры, составляющей существенный компонент культуры мышления, рассматриваемый в рамках общей культуры.

4. Овладение общими приемами организации действий: планированием, осуществлением плана, анализом и выражением результатов действий.

5. Получение представления об универсальном характере математических методов, о тесной взаимосвязи элементарной алгебры с высшей математикой: арифметикой, алгеброй, математическим анализом; о единстве математики в целом.

6. Развитие внутренней мотивации и и поисковой активности в предметной деятельности, формирование устойчивого и осознанного интереса к ней.

При изучении курса перед учащимися ставятся следующие **конкретные задачи:**

- получение знаний об основных логических и содержательных типах алгебраических задач: уравнений, неравенств, систем, совокупностей с рациональными, иррациональными функциями/выражениями; овладение навыками соответствующих алгебраических преобразований выражений и логических преобразований алгебраических задач;
- овладение логическими, аналитическими, графическими методами решения алгебраических задач с изучаемыми классами выражений и функций;
- освоение методов решения и исследования вычислительных и логических задач с параметрами;
- получение конкретного представления о взаимосвязях высшей математики (арифметики, алгебры, математического анализа) с элементарной алгеброй на основе использования методов высшей математики при исследовании и решении алгебраических задач.

Образовательные результаты (планируемые результаты обучения)

Предметные знания.

Алгебраические задачи: уравнения, неравенства с переменными, системы, совокупности. Множества решений. Следование и равносильность задач.

Общее понятие задачи с параметрами. Суждения существования и всеобщности, кванторы. Логические задачи с параметрами. Координатная интерпретация задач с параметрами.

Многочлены и действия над ними. Деление с остатком, алгоритмы деления. Теорема Безу. Разложимые многочлены. Кратные корни. Число корней многочлена. Система и теорема Виета.

Элементы перечислительной комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.

Многочлены низших степеней (от второй до четвертой). Поиск корней и разложений. Теоремы Виета для квадратичных и кубических многочленов (уравнений).

Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства. Методы замены и разложения. Метод интервалов. Метод эквивалентных переходов. Метод сведения к системам. Метод оценок. Использование монотонности. Схемы решения задач с модулями. Неравенства с двумя переменными — координатная интерпретация. Метод областей.

Уравнения и системы с несколькими переменными. Основные методы решения рациональных алгебраических систем с двумя переменными: подстановка, исключение переменных, замена, разложение, использование симметричности и ограниченности, оценок и монотонности. Системы с тремя переменными — основные методы.

Алгебраические задачи с параметрами. Основные методы решения и исследования: аналитический и координатный).

История алгебры как науки о выражениях и уравнениях (Кардано, Виет, Декарт, Ферма, Эйлер и др.).

Предметные умения, которыми должны овладеть учащиеся по изучении данного курса:

- умение проводить логически грамотные преобразования выражений и эквивалентные преобразования алгебраических задач (уравнений, неравенств, систем, совокупностей);
- умение использовать основные методы при решении алгебраических задач с различными классами функций (рациональными и иррациональными алгебраическими), в том числе: методы замены, разложения, подстановки, эквивалентных преобразований, использования симметрии, однородности, оценок, монотонности;
- умение понимать и правильно интерпретировать задачи с параметрами, логические задачи; умение применять изученные методы исследования и решения задач с параметрами: аналитический и координатный.

Общеинтеллектуальные умения:

- умение анализировать различные задачи и ситуации, выделять главное, достоверное в той или иной информации;
- владение логическим, доказательным стилем мышления, умение логически обосновывать свои суждения;
- умение конструктивно подходить к предлагаемым задачам;
- умение планировать и проектировать свою деятельность, проверять и оценивать ее результаты.

Общекультурные компетенции:

- понимание элементарной математики как неотъемлемой части математики, методы которой базируются на многих разделах математики высшей;
- понимание роли элементарной математики в развитии математики, роли математиков в развитии современной элементарной математики;
- восприятие математики как развивающейся фундаментальной науки, являющейся неотъемлемой составляющей науки, цивилизации, общечеловеческой культуры во взаимосвязи и взаимодействии с другими областями мировой культуры.

Весь материал курса сохранен, увеличено количество часов на изучение отдельных глав, добавлен раздел на повторение и решение интересных задач единого государственного экзамена. Курс рассчитан на 68 часов (34 ч в 10 классе и 34 ч – в 11 классе)..В программу курса **«Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи»** добавлен раздел «Смешанные задачи» (10 часов). Тесная связь курса **«Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи»** с основными курсами алгебры и начал анализа дает возможность компактного изучения данного курса. Многие вопросы, предусмотренные программой, фактически сводятся к повторению/ закреплению уже известного материала, они могут быть изложены сжато, конспективно или же предложены учащимся для самостоятельной проработки по учебному пособию к рассматриваемому курсу (пособие рассчитано в том числе и на самостоятельное изучение материала, так что указанный подход вполне возможен). И на базе этого в рамках лекционно-семинарской системы проведения занятий (т.е. при постоянном активном соучастии школьников, во взаимно активном диалоге) учащиеся знакомятся с новыми методами, типами задач, новыми взглядами на уже пройденное, учатся использовать методы высшей арифметики (теории чисел), алгебры (теории многочленов) и математического анализа (дифференциального исчисления) при решении задач элементарной математики. Именно указанной спецификой методики преподавания курса **«Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи»** объясняется обширность затрагиваемого программой материала.

Тематическое планирование курса

№ n/n	Наименование тем курса	автор	добав- лено	Всего часов	В том числе		
					лекция	Прак- тика	трени- ровка
1	Логика алгебраических задач	6	-	6	1	2	3
2	Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения	12	3	15	2	4	9
3	Рациональные алгебраические уравнения и неравенства	6	3	9	1	2	6
4	Повторение		3	3			3
5	Итоговая проверочная работа		1	1		1	
6	Рациональные алгебраические системы	12	3	12	2	4	6
7	Иррациональные алгебраические задачи	9	1	10	2	4	4
8	Повторение. Смешанные задач		10	10		3	7
9	Итоговая проверочная работа		2	2		2	
10	Всего	44	26	68	8	22	39

Содержание обучения. Курс 10 класса

Тема 1. Логика алгебраических задач - 6ч

- Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными.
- Множество решений задачи. Следование и равносильность (эквивалентность) задач.
- Уравнения с переменными. Числовые неравенства и неравенства с переменной. Свойства числовых неравенств.
- Сложные (составные) алгебраические задачи. Конъюнкция и дизъюнкция предложений. Системы и совокупности задач.
- Алгебраические задачи с параметрами.
- Логические задачи с параметрами. Задачи на следование и равносильность.
- Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.

Тема 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения - 15ч

- Представление о целых рациональных алгебраических выражениях. Многочлены над полями $\mathbb{1}$, \mathbb{Q} и над кольцом \mathbb{Z} . Степень многочлена. Кольца многочленов.
- Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления с остатком.
- Теорема Безу. Корни многочленов. Следствия из теоремы Безу: теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни.
- Полностью разложимые многочлены и система Виета. Общая теорема Виета.
- Элементы перечислительной комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.
- Квадратный трехчлен: линейная замена, график, корни, разложение, теорема Виета.
- Квадратичные неравенства: метод интервалов и схема знаков квадратного трехчлена.
- Кубические многочлены. Теорема о существовании корня у полинома нечетной степени. Угадывание корней и разложение.
- Куб суммы/разности. Линейная замена и укороченное кубическое уравнение..
- Графический анализ кубического уравнения $x^3 + Ax = B$. Неприводимый случай (три корня).
- Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представление о методе замены.
- Линейная замена, основанная на симметрии. Угадывание корней. Разложение. Метод неопределенных коэффициентов.
- Полиномиальные уравнения высших степеней. Понижение степени заменой и разложением. Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.

- Приемы установления иррациональности и рациональности чисел.

Тема 3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства – 9 ч

- Представление о рациональных алгебраических выражениях.
- Симметрические, кососимметрические и возвратные многочлены и уравнения.
 - Дробно-рациональные алгебраические уравнения. Общая схема решения.
 - Метод замены при решении дробно-рациональных уравнений.
 - Дробно-рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем.
 - Метод интервалов решения дробно-рациональных алгебраических неравенств.
 - Метод оценки. Использование монотонности. Метод замены при решении неравенств.
 - Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости. Стандартные неравенства. Метод областей.

Содержание обучения. Курс 11 класса

Тема 4. Рациональные алгебраические системы - 12ч

- Уравнения с несколькими переменными. Рациональные уравнения с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными.
- Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод исключения переменной. Равносильные линейные преобразования систем.
 - Однородные системы уравнений с двумя переменными.
 - Замена переменных в системах уравнений.
 - Симметрические выражения от двух переменных.. Рекуррентное представление сумм степеней через элементарные симметрические многочлены (от двух переменных).
 - Системы Виета и симметрические системы с двумя переменными.
 - Метод разложения при решении систем уравнений.
 - Методы оценок и итераций при решении систем уравнений.
 - Оценка значений переменных.
 - Сведение уравнений к системам.
 - Системы с тремя переменными. Основные методы.
 - Системы Виета с тремя переменными.

Тема 5. Иррациональные алгебраические задачи – 10ч

- Представление об иррациональных алгебраических функциях. Понятия арифметических и алгебраических корней. Иррациональные алгебраические выражения и уравнения.
 - Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной. Замена с ограничениями.
 - Неэквивалентные преобразования. Сущность проверки.

- Метод эквивалентных преобразований уравнений с квадратными радикалами.
- Сведение иррациональных и рациональных уравнений к системам.
- Освобождение от кубических радикалов.
- Метод оценки. Использование монотонности. Использование однородности.
- Иррациональные алгебраические неравенства. Почему неравенства с радикалами сложнее уравнений.
- Эквивалентные преобразования неравенств. Стандартные схемы освобождения от радикалов в неравенствах (сведение к системам и совокупностям систем).
- «Дробно-иррациональные» неравенства. Сведение к совокупностям систем.
- Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Определение промежутков знакопостоянства непрерывных функций. Метод интервалов при решении иррациональных неравенств.
- Замена при решении иррациональных неравенств.
- Использование монотонности и оценок при решении неравенств.
- Уравнения с модулями. Раскрытие модулей — стандартные схемы. Метод интервалов при раскрытии модулей.
- Неравенства с модулями. Простейшие неравенства. Схемы освобождения от модулей в неравенствах.
- Эквивалентные замены разностей модулей в разложенных и дробных неравенствах («правило знаков»).
- Иррациональные алгебраические системы. Основные приемы.
- Смешанные системы с двумя переменными.

Повторение. Смешанные задачи-10ч

- Простейшие тригонометрические уравнения. Основные методы решения тригонометрических уравнений (замена, разложение, координатный метод).
- Тригонометрические неравенства. Системы тригонометрических уравнений (основные приемы и методы решения).
- Показательные и логарифмические уравнения. Логарифмирование, потенцирование, замена. Уравнения смешанного типа.
- Показательные и логарифмические неравенства. Основные приемы и методы решения.
- Тригонометрические, показательные и логарифмические функции в задачах с параметрами. Методы замены, координат, сечений.

Формы и средства контроля.

Контроль знаний осуществляется в форме письменных контрольных работ, тестов и самостоятельных работ.

Для проведения проверочных работ используются методическое пособие «Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи. Элективный курс: методическое пособие /А.Н.Земляков.- М.: БИНОМ. Лаборатория знаний.2007»

Учебно- методическое обеспечение:

1. «Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи. Элективный курс: Учебное пособие/ А.Н.Земляков.- М.:БИНОМ, лаборатория знаний, 2006.
2. «Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи. Элективный курс: методическое пособие /А.Н.Земляков.- М.: БИНОМ. Лаборатория знаний.2007»
3. Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. «Алгебра и начала математического анализа. 10 класс», 9 –е изд.-М.: Просвещение 2010. Авторы: С. М. Никольский, М.К.Потапов, Н.Н.Решетников, А.В.Шевкин.
4. Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. «Алгебра и начала математического анализа. 11 класс», 9 –е изд.-М.: Просвещение 2010. Авторы: С. М. Никольский, М.К.Потапов, Н.Н.Решетников, А.В.Шевкин.
5. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 10 класс: базовый и профильный уровни, М., авторы: М. К. Потапов, А. В. Шевкин-7 изд. – М.: Просвещение 2013
6. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 11 класс: базовый и профильный уровни, М., авторы: М. К. Потапов, А. В. Шевкин-7 изд. – М.: Просвещение 2013

Материально – техническое обеспечение образовательного процесса

№ п/п	Наименование раздела, наименование объектов и средств материально-технического обеспечения	Количество на 25 учащихся	% обеспеченности
	Иллюстрации (плакаты)		
1	Комплект таблиц по теме «Комбинаторика»	1x10	100%
2	Комплект таблиц по теме «Неравенства. Решение неравенств»	1x10	100%
	Раздаточные материалы		

3	Раздаточные материалы «Неравенства. Решение неравенств»	15	60%
	Средства ИКТ		
	<i>Средства икт (цифровые образовательные ресурсы (цор)</i>		
4	Операционная система Linux	1	100%
5	Операционная система Windows XP	1	100%
	Цор (инструменты общепедагогические)	1	100%
6	Microsoft Offis 2007	1	100%
7	Adobe Reader	1	100%
8	KMPlayer	1	100%
	Цор (инструменты специализированные)		
9	Диск « Открытая математика. Алгебра»	1	100%
10	Диск «1С:Репетитор. Математика . Часть1»	1	100%
11	Диск «Математика. Справочник для школьника»	1	100%
	Информационные источники (специализированные)		
12	www.fipi.ru		
	Учебно-лабораторное оборудование		
13	Мультимедийный компьютер	1	100%
14	Мультимедиапроектор	1	100%
15	Интерактивная доска	1	100%
16	Аудиторная доска с магнитной поверхностью и набором приспособлений для крепления таблиц	1	100%
17	Комплект инструментов классных: линейка, транспортир, угольник (30 ⁰ , 60 ⁰), угольник (45 ⁰ , 45 ⁰), циркуль	1	100%

